

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

## COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN BÁSICA

### COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA

#### PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE

#### I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

- Unidad Académica:** Facultad de Ingeniería, Mexicali; Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería, Tijuana; Facultad de Ingeniería y Negocios, Tecate; Facultad Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Ensenada; Escuela de Ciencias de la Ingeniería y Tecnología, Valle de las Palmas, Escuela de Ingeniería y Negocios, Guadalupe Victoria; y Facultad de Ingeniería y Negocios, San Quintín.
- Programa Educativo:** Ingeniero Aeroespacial, Ingeniero Civil, Ingeniero Eléctrico, Ingeniero en Computación, Ingeniero en Electrónica, Ingeniero en Energías Renovables, Ingeniero en Mecatrónica, Ingeniero Industrial, Ingeniero Mecánico, Ingeniero Químico, Ingeniero en Nanotecnología; y Bioingeniero.
- Plan de Estudios:** 2019-2
- Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** Ecuaciones Diferenciales
- Clave:** 33537
- HC:** 02 **HL:** 00 **HT:** 03 **HPC:** 00 **HCL:** 00 **HE:** 02 **CR:** 07
- Etapas de Formación a la que Pertenece:** Básica
- Carácter de la Unidad de Aprendizaje:** Obligatoria
- Requisitos para Cursar la Unidad de Aprendizaje:** Ninguno



Equipo de diseño de PUA

Firma

Vo.Bo. de Subdirectores de Unidades Académicas

Firma

Dora Luz Flores Gutiérrez

Ruth Elba Rivera Castellón

Carlos Alberto Chávez Guzmán

Luis Ramón Siero González

María Elena Miranda Pascual

Oscar Vázquez Espinoza

*[Handwritten signatures in blue ink]*  
Miranda P. Uaia E.  
Oscar Vázquez E.

Alejandro Mungaray Moctezuma

José Luis González Vázquez

Claudia Lizeth Márquez Martínez

Humberto Cervantes De Ávila

María Cristina Castañón Bautista

Mayra Iveth García Sandoval

Fecha: 22 de febrero de 2018

*[Handwritten signature in blue ink]*

## **II. PROPÓSITO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE**

Esta unidad de aprendizaje tiene el propósito que el estudiante adquiera los conocimientos a través del estudio de los métodos de solución de las ecuaciones diferenciales, implementándolas en los modelos matemáticos de diversos fenómenos físicos, químicos, biológicos; particularmente en las áreas de las ingenierías.

Esta asignatura pertenece a la etapa básica con carácter obligatorio y forma parte del tronco común de las DES de Ingeniería, se recomienda que el alumno haya cursado previamente la unidad de aprendizaje Cálculo Integral.

## **III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE**

Aplicar los conceptos y procedimientos de las ecuaciones diferenciales, para resolver problemas de fenómenos físicos, naturales de la ingeniería, a través de la identificación y el empleo de ecuaciones matemáticas, con responsabilidad y con buena disposición al trabajo colaborativo.

## **IV. EVIDENCIA(S) DE DESEMPEÑO**

Elabora y entrega un portafolio de evidencias que contenga el planteamiento, desarrollo e interpretación de resultados, de los fenómenos físicos, químicos y/o biológicos aplicados a las ingenierías.

Elabora y entrega un caso práctico el cual será presentado ante el maestro y compañeros, explicando el proceso y resultado.

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD I. Fundamentos de las Ecuaciones Diferenciales

**Competencia:**

Comprender los fundamentos de las ecuaciones diferenciales, mediante las definiciones, proposiciones, propiedades y teoremas, para explicar las características y el alcance de la solución de las ecuaciones diferenciales, con actitud proactiva y disciplinada.

**Contenido:****Duración:** 6 horas

- 1.1. Caracterización de las ecuaciones diferenciales
- 1.2. Elementos teóricos básicos
- 1.3. Las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos
- 1.4. Campos de pendientes
- 1.5. Introducción a la Transformada de Laplace

## UNIDAD II. Técnicas de Solución de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden y Aplicaciones

### Competencia:

Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden, por medio de la selección de los métodos y técnicas como son variables separables, ecuaciones homogéneas, ecuaciones exactas, lineales y transformadas de la Laplace, para describir el comportamiento dinámico de fenómenos del área de ingeniería, en forma clara, precisa y ordenada.

### Contenido:

**Duración:** 8 horas

- 2.1. Variables separables
- 2.2. Ecuaciones exactas
- 2.3. Ecuaciones lineales
- 2.4. Métodos por sustitución
- 2.5. Transformada de Laplace para ecuaciones de primer orden
  - 2.5.1. Transformada de derivadas
- 2.6. Aplicaciones
  - 2.6.1. Aplicaciones físicas: crecimiento, descomposición y segunda ley del enfriamiento de Newton
  - 2.6.2. Aplicaciones geométricas
  - 2.6.3. Aplicaciones físicas: circuitos y mezclas

## UNIDAD III. Ecuaciones Diferenciales Lineales de Orden Superior y Aplicaciones

### Competencia:

Solucionar ecuaciones diferenciales de orden superior, mediante la selección de métodos y técnicas propias de las ecuaciones diferenciales lineales, ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes, no-homogéneas con coeficientes constantes, variación de parámetros, ecuaciones de Cauchy-Euler y transformada de Laplace, para describir el comportamiento dinámico de fenómenos del área de ingeniería, en forma ordenada y trabajo en equipo.

### Contenido:

**Duración:** 12 horas

- 3.1. Teoría preliminar
  - 3.1.1. Problemas de valor inicial y problemas de valores de frontera
  - 3.1.2. Dependencia lineal e independencia lineal
  - 3.1.3. Tipos de soluciones de ecuaciones diferenciales lineales
- 3.2. Reducción de orden para una ecuación diferencial de segundo orden
- 3.3. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes
- 3.4. Ecuaciones lineales no homogéneas con coeficientes constantes
- 3.5. Variación de parámetros
- 3.6. Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables
  - 3.6.1. La ecuación de Cauchy-Euler
- 3.7. Transformada de Laplace para ecuaciones de orden superior
- 3.8. Aplicaciones
  - 3.8.1. Sistema masa-resorte: movimiento libre no amortiguado y amortiguado
  - 3.8.2. Coeficientes Indeterminados: método de superposición y operadores diferenciales
  - 3.8.3. Sistema masa-resorte: movimiento forzado
  - 3.8.4. Sistemas análogos de un circuito en serie

## UNIDAD IV. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden y Aplicaciones

### **Competencia:**

Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales y lineales, mediante la aplicación de la transformada de Laplace y los operadores diferenciales, para interpretar el comportamiento dinámico de fenómenos del área de ingeniería, en forma crítica y reflexiva.

### **Contenido:**

**Duración:** 6 horas

- 4.1. Sistemas de ecuaciones diferenciales
- 4.2. Soluciones de sistemas de ecuaciones diferenciales
  - 4.2.1. Transformada de Laplace
  - 4.2.1. Operadores Diferenciales

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS DE TALLER

| No. de Práctica  | Competencia  | Descripción  | Material de Apoyo  | Duración |
|------------------|--|--|--|----------|
| <b>Unidad I</b>  |  |  |  |          |
| 1                | Identificar los tipos de ecuaciones diferenciales, mediante los conceptos teóricos de tipo, orden y linealidad, para formar un marco de referencia sólido, con actitud proactiva y disciplinada.   | Dado un conjunto de ecuaciones diferenciales, clasificarlas según su tipo, orden y linealidad.   | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 2 horas  |
| 2                | Identificar y clasificar los modelos matemáticos, mediante los conceptos teóricos (dependencia e independencia lineal, valores de la frontera, condiciones iniciales, transformación de variables, etc.) y las características de las ecuaciones diferenciales, graficar los campos de pendientes, para resolver problemas de la vida cotidiana y de la ingeniería, con actitud proactiva. | Dado un conjunto de problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, se identificará y clasificará los modelos matemáticos, así como dibujar las gráficas utilizando el método de los campos de pendientes.  | Graficadora Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada    | 2 horas  |
| 3                | Adquirir los conceptos teóricos de la transformada de Laplace, para simplificar funciones y posteriormente obtener soluciones de ecuaciones diferenciales, a través de la definición de la Transformada de Laplace, con actitud disciplinada y crítica.  | Dado un conjunto de funciones en el tiempo aplicar el concepto de Transformada de Laplace para convertirlas en funciones de $F(s)$ y viceversa.  | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 5 horas  |
| <b>Unidad II</b> |  |  |  |          |
| 4                | Solucionar problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método de separación de variables y ecuaciones homogéneas, para la solución de las ecuaciones diferenciales de primer orden en forma organizada y reflexiva.  | Dado un grupo de problemas que incluyan crecimiento, descomposición y segunda ley del enfriamiento y calentamiento de Newton, encontrar la solución de dichos problemas aplicando los métodos de Variables | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada | 4 horas  |

|                   |   |  |  |         |
|-------------------|---|--|--|---------|
|                   |   | Separables y Ecuaciones Homogéneas.  |  |         |
| 5                 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación de métodos de ecuaciones exactas y lineales, para la solución de las ecuaciones diferenciales de primer orden en forma organizada y reflexiva.   | Dado un grupo de ecuaciones diferenciales, identificar cuál de los métodos vistos en clase es el más adecuado para resolverlas; el de ecuaciones exactas o el de lineales. Se resolverán problemas de Mezclas y Circuitos RL y RC. | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada | 4 horas |
| 6                 | Identificar problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación de la transformada de Laplace, para determinar la solución de las ecuaciones diferenciales de primer orden, en forma organizada y reflexiva.  | Dado un conjunto de Ecuaciones Diferenciales de primer orden, se utilizará el concepto de Transformada de Laplace para encontrar su solución.  | Graficadora, Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada   | 4 horas |
| <b>Unidad III</b> |   |  |  |         |
| 7                 | Identificar problemas de valor inicial, valor de frontera de ecuaciones diferenciales de orden superior, para encontrar la solución a problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la comparación con los conceptos teóricos referentes a las técnicas de solución en forma crítica y reflexiva. | Dado un conjunto de problemas de valor inicial y de valores de frontera con o sin dependencia lineal se aplicará la teoría preliminar para la soluciones de ecuaciones.  | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 2 horas |
| 8                 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación de la técnica de reducción de orden, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior, en forma sistemática y crítica.   | Dado un conjunto de problemas de ecuaciones de segundo orden se aplicará el concepto de reducción de orden para obtener sus soluciones.  | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 2 horas |
| 9                 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método ecuaciones con coeficientes constantes, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior en   | Dado un conjunto de problemas de ecuaciones de segundo orden se aplicará el concepto de ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes para obtener sus soluciones.  | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 3 horas |

|    |   |   |  |         |
|----|---|---|--|---------|
|    | forma sistemática y reflexiva.  | Dichas problemáticas incluirán aplicaciones de cinemática, sistema masa-resorte: movimiento libre no amortiguado y amortiguado.   |  |         |
| 10 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método de coeficientes indeterminados, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior, en forma crítica y reflexiva. | Dado un conjunto de problemas de ecuaciones de segundo orden se aplicará el concepto de ecuaciones lineales no-homogéneas con coeficientes constantes para obtener sus soluciones, coeficientes Indeterminados: método de superposición y operadores diferenciales. Dichas problemáticas incluirán aplicaciones de sistema masa-resorte: movimiento forzado y sistemas análogos de circuitos serie. | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada | 3 horas |
| 11 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método de variación de parámetros, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior, en forma sistemática y reflexiva. | Dado un conjunto de ecuaciones de orden superior se aplicará el método de Variación de Parámetros para su resolución.   | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón  | 2 horas |
| 12 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método de transformada de Laplace, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior, en forma sistemática y reflexiva. | Dado un conjunto de ecuaciones de orden superior se aplicará el método de Transformada de Laplace para su resolución.   | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada                | 4 horas |
| 13 | Resolver problemas cotidianos de ciencias e ingeniería, mediante la aplicación del método de Cauchy-  | Dado un conjunto de ecuaciones diferenciales con coeficientes variables de orden superior se  | Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes  | 2 horas |

|                  |   |   |  |         |
|------------------|---|---|--|---------|
|                  | Euler, para la solución de las ecuaciones diferenciales de orden superior, en forma sistemática y reflexiva.  | aplicará el método de Cauchy-Euler, para su resolución.   | Bibliografía especializada   |         |
| <b>Unidad IV</b> |   |   |  |         |
| 14               | Obtener la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, utilizando las propiedades y la metodología de la transformada de Laplace, para determinar la solución de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales, en forma crítica y reflexiva.     | Dado un sistema de ecuaciones diferenciales se aplicará el concepto de transformada de Laplace para determinar su solución.         | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes Bibliografía especializada.   | 4 horas |
| 15               | Obtener la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales, utilizando el concepto de operadores diferenciales y su aplicación, para caracterizar un sistema de ecuaciones diferenciales lineales y encontrar su solución, en forma crítica y reflexiva. | Dado un sistema de ecuaciones diferenciales lineales se aplicará el método de operadores diferenciales para determinar su solución. | Graficadora<br>Plumón<br>Pizarrón<br>Apuntes<br>Bibliografía especializada | 5 horas |

## VII. MÉTODO DE TRABAJO

**Encuadre:** El primer día de clase el docente debe establecer la forma de trabajo, criterios de evaluación, calidad de los trabajos académicos, derechos y obligaciones docente-alumno.

### **Estrategia de enseñanza (docente)**

- Exposición de conceptos y propiedades básicas de cada tema por parte del docente.
- Explicar y ejemplificar la utilización de métodos aplicados en ecuaciones diferenciales.
- Utilización de técnicas de preguntas y respuestas, para la exploración del conocimiento adquirido.

### **Estrategia de aprendizaje (alumno)**

- Resolución de ejercicios prácticos a través de talleres individuales y/o en equipo.
- Utilización de técnicas de preguntas y respuestas, para la exploración del conocimiento adquirido.
- Participación en clase.
- Exámenes parciales por unidad y examen colegiado.
- Revisión documental de un caso práctico y la relación con las ecuaciones diferenciales.
- Exposición oral por equipo del caso práctico.

## VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La evaluación será llevada a cabo de forma permanente durante el desarrollo de la unidad de aprendizaje de la siguiente manera:

### Criterios de acreditación

- Para tener derecho a examen ordinario y extraordinario, el estudiante debe cumplir los porcentajes de asistencia que establece el Estatuto Escolar vigente.
- Calificación en escala del 0 al 100, con un mínimo aprobatorio de 60.

### Criterios de evaluación

- |   |      |
|---|------|
| - 4 exámenes: uno por cada unidad (c/u 10%).....                          | 40%  |
| - Talleres.....   | 20%  |
| - Evidencia de desempeño 1 (Portafolio).....                              | 25%  |
| - Evidencia de desempeño 2 (Presentación formal de un Caso práctico)..... | 15%  |
| Total.....  | 100% |

## IX. REFERENCIAS

### Básicas

Borrelli-Coleman. (2002). *Ecuaciones Diferenciales*. Editorial Oxford. [clásica]

Krantz, S. G. (2015). *Differential equations, theory, technique and practice*. Editorial CRC Press.

Kenneth, H. B. (2016). *Ordinary differential equations, and introduction to the fundamentals*. Ed. CRC.

Spiegel, M. R. (2008). *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*. Ed. Prentice Hall. [clásica]

Zill, D. G. (2015). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones al Modelado*. Ed. Thomson

Zill, D. G., Cullen, M. R. (2008) *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería I*. Editorial Mc. Graw Hill. [clásica]]

### Complementarias

Kiseliov, A., Krasnov, M. y Makarenko, G. (2015). *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Editorial Quinto Sol.

Ledder, G. (2006). *Ecuaciones Diferenciales un Enfoque de Modelado*. Editorial Mc. Graw Hill. [clásica]

Nagle R. K. (2001). *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Editorial Pearson. [clásica]

Simmons, G. F. (2009). *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. Ed. Mc Graw Hill. [clásica]

## X. PERFIL DEL DOCENTE

El profesor debe poseer Licenciatura en Ingeniería o carrera afín, preferentemente con posgrado en el área de las ciencias e ingeniería, con experiencia docente y formación pedagógica comprobable.

Se sugiere que cuenta con una experiencia laboral y docente mínima de dos años.

Debe ser una persona puntual, honesta y responsable, con facilidad de expresión, motivador en la participación de los estudiantes, tolerante y respetuoso de las opiniones de los estudiantes.